論 文

連続体モデル TITAN2D を用いた

雪崩の運動のシミュレーションⅡ

―雪崩への適用と多項式カオス求積法を用いた

ハザードマップの作成―

森 啓輔¹, 西村浩 $-^{2*}$, 常松佳 恵³,

阿部 修⁴, Abani Patra⁵

要 旨

雪崩を質点や剛体と仮定した流動モデルでは、雪崩の高さや広がりがわからないなど防災上不備な 点も多い.こうした背景のもと、連続体モデル TITAN2D を用いて雪崩の運動シミュレーションを試 みた.本稿では2012年1月16日に山形県最上郡大蔵村肘折地区で発生した乾雪全層雪崩への適用例 を紹介する.モデルに入力する底面摩擦角は、雪崩の発生規模と到達距離に関する先行研究から、ま た内部摩擦角は雪玉状となった雪塊の堆積形状から安息角をそれぞれ見積もって計算を行った.その 結果、先端速度と流下距離を高い精度で再現することに成功した.

次に、上記の結果に基づいて、当該地区の雪崩斜面を対象に、多項式カオス求積法 (Polynomial Chaos Quadrature: PCQ)を用いて、雪崩の発生規模や底面摩擦角など、モデルに入力するパラメータの不確定性を考慮した確率論に基づく雪崩ハザードマップを作成した.

キーワード:雪崩ハザードマップ, TITAN2D, 多項式カオス求積法 (PCQ) Key words: Snow Avalanche hazard map, TITAN2D, Polynomial Chaos Quadrature (PCQ)

1. はじめに

雪崩危険区域の決定には、国内では現在も雪崩 末端から発生点を見通した角度(見通し角)に基

- 伊藤忠テクノソリューションズ(株) 〒100-6080 東京都千代田区電が関 3-2-5
 名古屋大学大学院環境学研究科 〒464-8601 愛知県名古屋市千種区不老町
 山形大学理学部 〒990-8560 山形市小白川町1丁目 4-12
 防災科学技術研究所雪氷防災研究センター 新庄雪氷環境実験所 〒996-0091 山形県新庄市十日町高壇 1400
 University at Buffalo, The State University of New York
 - 605 Furnas Hall, Buffalo, NY 14260-4400
- * 問合せ先:knishi@nagoya-u.jp

づく経験則が用いられている(例えば,滋賀県砂 防課,2012).このため,異なる規模の雪崩が発生 した場合,どの程度の厚さの雪崩がどこまで到達 するかという定量的な予測やそれを用いたハザー ドマップは作成されていないのが実状である.国 外に目を転じても,過去の雪崩事例に基づいて到 達距離を地形条件の関数として求める α/β モデ ル(Lied and Bakkehoi, 1980 ほか)やこれに雪崩 の運動モデルによる計算結果を加味してハザード マップを改良する試み(Issler *et al.*,2018) はある ものの,雪崩の規模さらには雪崩の特性に依存し た摩擦係数の変化を考慮した例は皆無である.

そこで本稿では、まず森ら(2018)により室内 実験でその有効性が実証された連続体モデル TITAN2Dについて、2012年1月16日に山形県 最上郡大蔵村肘折地区で発生した乾雪全層雪崩へ の適用の可否を試みた.その上で、当該地区の雪 崩斜面について、Polynomial Chaos Quadrature (PCQ)を用いて、雪崩の発生規模や底面摩擦角 などモデルに入力するパラメータの不確定性を考 慮した確率論に基づく雪崩ハザードマップの作成 を行った.

2. 方法

本研究で使用した連続体モデル TITAN2D は, 土石流や地すべり等の乾燥粒状体の流れを対象に 開発され, 溶岩流等のシミュレーションにも実績 がある (Pitman *et al.*, 2003; Sheridan *et al.*, 2005). このモデルは非圧縮性のクーロン連続体の流れを 記述するもので, 浅水流近似により3次元の流れ を準3次元な2次元流れとして表現する. モデル の詳細は, Patra *et al.* (2005), 森 (2014), 森ら (2018) を参照されたい.

森ら(2018)は、雪粒子のほか異なる物性を持 つ3種類の粒子を用いて、長さ5mの斜面を流下 させる室内実験を行い、TITAN2Dによる計算結 果との比較を通してモデルの性能評価を行った. そして、モデルは雪を含めた広範な粒子流の挙動 を表現するのに十分な能力を備えており、実際の 雪崩現象への拡張も十分に可能と結論付けた.

本モデルによる計算にあたっては、通常、底面 摩擦角 μ_b,内部摩擦角 μ_i,発生位置などのパラ メータの値は固定して実行するが、ハザードマッ プの作成にあたっては、それぞれが取りうる範囲 に応じて計算を実行し、雪崩の速度や厚さを確率 的に求める必要がある。手法としては、モンテカ ルロ法が一般的であるが、充分な精度を得るため には膨大な計算回数が必要とされる。

一方, 今回用いた PCQ 法 (Xiu and Karniadakis, 2002) では入力するパラメータとモデルから出力 される結果 f(x) が, 未知係数 c とある直交多項式 系 φ_k で近似できると仮定する (式 (1)).

$$f(x) \approx \sum_{k=0}^{n} c_k \varphi_k \tag{1}$$

ここで言う直交多項式とは、式(2) に示す関数 $p_j(x), p_k(x)$ のように確率密度関数w(x)を用い ることで直交性を有する多項式を言う.つまり積 分区間 [a, b] で定義された関数 $p_j(x), p_k(x)$ の 内積が,重み関数w(x)を用いることにより,式 (2)で定義され,重み関数w(x)が区間[a,b]で 正の値をとり,式(2)の関係が満たされる時,関 数 $p_j(x)$, $p_k(x)$ はw(x)を重みとして直交すると 言い,多項式の列 $\{p_i(x)\}$ が直交関係をみたすと き,これを直交多項式系と呼ぶ.

$$\int_{a}^{b} p_{j}(x) p_{k}(x) w(x) dx = \lambda_{j} \delta_{jk} \begin{cases} \lambda_{j} (j=k) \\ 0 \ (j\neq k) \end{cases}$$
(2)

計算にあたっては、まず入力パラメータが持つ確 率分布から近似に用いる直交多項式 (例えば一様 分布に従うのであればルジャンドル多項式、正規 分布であればエルミート多項式)を選択する.次 に入力パラメータの範囲内で, 用いる入力値の数 nに応じて、n次直交多項式の根とそれぞれの重 みを算出し、入力値を決定する. 例えば入力値が 一様分布であるルジャンドル多項式の場合は,重 みが1であることから [-1.1] の区間に対する n 次の多項式の根を, [a, b] の範囲で座標の1次変 換を行えば良い. 求められた入力値をモデル (TITAN2D) に与えて計算を実行し、出力結果を もとに未知係数cを求めることで、解の分布f(x)が得られる.他の直交多項式の場合を含めた,計 算の流れの詳細は森(2014)を参照されたい。先 に述べたモンテカルロ法に比べ非常に少ない計算 回数で高い精度を得られるのが大きな特長である (Dalbey *et al.*, 2008).

山形県肘折地区で発生した雪崩による検証

3.1 雪崩の概要

(国研)防災科学技術研究所雪氷防災研究セン ターは、2010年12月より山形県最上郡大蔵村赤 松升玉(肘折地区)において、当地で発生する雪 崩の映像を記録している.ちなみに、当地は季節 風に対して斜面の風上側に台地が広がり、吹雪が 発達することから斜面上部に大きな雪庇が発達 し、頻繁に雪崩が発生することが報告されている (阿部ら、2012).本稿では、2012年1月16日に 記録された乾雪全層雪崩を対象に映像を解析し、 先端速度等を算出した.

雪崩は 2012 年 1 月 16 日の午前 6 時 29 分に発 生し,翌日の1月 17 日に現地調査が行われた(阿 部ら,2012).発生翌日の1月17日に撮影された 写真を図1に示す.当日は午前6時29分に引き 続き,向かって右側の斜面でも雪崩が発生したが, ここでは図中の矢印の範囲から発生したものに限 定して解析を進める.雪崩範囲の測量結果を水平 面に投影して図2に示す.雪崩は水平距離約200 m流下し,下流にある道路まで雪崩が到達した様 子がわかる.発生区の積雪深は1.3mで,積雪の 密度は70~360kg m⁻³の範囲にあり平均値は230 kg m⁻³であった.デブリの最大厚さは雪崩末端 から80m上流側で3.95m,密度は115kg m⁻³~ 375 kg m⁻³であった.

記録された雪崩の映像と当地域の1mメッシュの3次元地形データを用いて、雪崩の先端速



図1 山形県最上郡大蔵村赤松升玉(肘折地区)の雪 崩斜面(2012年1月17日撮影). 雪崩は2012年1月16日の午前6時29分に発 生した後に、向かって右側の斜面からも発生し たが、本稿では上記の時刻に図中の矢印の範囲 から発生したものを対象に解析を進めた. 度を算出した結果を図3に示す.速度は1秒毎の 雪崩の先端部分の移動量(地形に沿った距離)を 時間で除すことで求めた.なお,発生から10秒 後以降は先端部分の位置が雪煙で不明瞭となった ため,解析は発生から8秒後の位置までを対象と した.発生初期の距離20m付近での先端速度は 9m s⁻¹,80m付近では16m s⁻¹程度に増加し, その後減速して距離170mの道路まで到達した.

3.2 TITAN2D によるシミュレーション

3.2.1 計算条件

TITAN2D を用いて今回の雪崩のシミュレー ションを行った.計算にあたっては,発生翌日に 実施された調査結果をもとに,発生位置,発生区 の積雪深 (1.3 m),発生区の面積 (907 m²) などの パラメータを決定した.計算は 20 秒間行い, 0.5 秒毎に結果を出力した.

モデルに入力するパラメータの見積もりにあ たっては、まず和泉(1985)が求めた「雪崩の発 生体積」と「摩擦係数に対応する最大到達距離(水



路

図2 雪崩範囲の測量結果.







図中の白線は測量で得られた雪崩の範囲. また,計算結果の色の濃淡は雪崩の厚さに対応しており, 黒から透明になるにつれて0mから5mと厚くなることを示す.

平距離)と発生点と到達点の高度差」の関係をも とに、今回の雪崩の体積(約1500m³)を勘案して 底面摩擦角 µb を 30°とした.一方,雪崩映像を詳 細に解析したところ、今回の雪崩は、当初は全層 雪崩として発生して地面上を流れ下ったものの. 標高約200m付近より下流域では、雪面上を滑走 した様子が明らかになった、そこで、この底面状 態の違いを考慮して、映像から確認された傾斜が 緩斜面に変化する標高 200m において底面摩擦 角が 30° から 12° へと変化したと仮定して計算を 行った.ちなみに雪崩の摩擦係数としては 0.1 か ら 0.5 という広範囲の値が提案されているが(例 えば、Schearer, 1975)、ここでは雪崩が雪面上を 流れること, さらに流動化がそれ以前の流下過程 で十分に発達していると考え、約0.2に対応する 12°を用いた.

また,内部摩擦角 μ_i は,現地で地面(雪面)と 雪玉状となった雪塊の堆積物との間の角度を数カ 所で測定し,その平均値 32°が雪崩の安息角(内 部摩擦角)に相当すると仮定した.

3.3 計算結果との比較

標高 200 m で底面摩擦角を 30° から 12° に変化 させて行ったシミュレーションについて,雪崩の 5 秒毎の位置を図 4,またこれらすべてを重ね合 わせた結果を図 5 に示す.さらに図 6 には先端速 度と流下距離の関係を,図 3 に示した映像の解析 から求めた値とともに表示した.計算では,雪崩 は下流の道路まで到達したが,実際の調査結果で は雪崩は下流の道路にわずかにデブリが到達した 程度で停止し,計算結果はやや過大評価となって いる.また流下経路も下流域でわずかに進行方向



図5 TITAN2Dで計算された5秒毎の雪崩の位置 (図4)を重ね合わせた図.
図中の白線は測量で得られた雪崩の範囲で,計算結果の色の濃淡は雪崩の厚さに対応しており,黒から透明になるにつれて0mから5mと厚くなることを示す.

に対して左にそれる結果となったが、実際の雪崩 の流下距離と広がりを概ね高い精度で再現するこ とに成功した.ちなみに雪崩発生直後の映像から は先端の位置の特定が困難であったため直接の比 較は難しいが、17mでの観測値が0~20mの間 の計算結果の平均とおおよそ一致することから概 ね後者は妥当と考えた.一方、40mの位置で両 者の速度差が大きくなるのは、TITAN2Dが浅水 流近似に基づくモデルであるため、急激な斜度の 変化に伴う速度変化を適切に表現できない所以と



図 6 TITAN2D で計算された先端速度と映像の解析結果の比較.
 □:計算結果,■:映像の解析結果
 図中の A は底面摩擦角を 30° から 12° へと変

更した地点,またBは道路の位置を示す.

推測される.

なお,計算結果がやや過大評価となった原因と しては,摩擦係数の値そのものの妥当性に加え, 雪崩の厚さにかかわらず一定の底面摩擦角を用い た事も考えられる.例えば Maeno *et al.*(2013)が 提案するように,雪崩の厚いところでは大きい底 面摩擦角を,薄いところでは小さい底面摩擦角を 適用すると,デブリの最大高さやその位置がより 高い精度で再現されることも期待される.

4. 雪崩ハザードマップの作成

TITAN2D で計算される雪崩の最大高さの分布 を PCQ 法により直交多項式系で近似し, 確率的 処理を行って, ハザードマップを作成する手順は 以下の通りである.

- 不確定性を考慮する入力パラメータとして は、発生位置、発生規模(初期体積)、底面摩 擦角 μ_b、内部摩擦角 μ_i等があるが、ここでは 不確定性を考慮する入力パラメータとして、 底面摩擦角 μ_bと初期体積 Vが、それぞれ前 者は 10°~30°、後者は 1000 m³~20000 m³ の 範囲で、共に一様分布を持つと仮定した。
- 2つの入力パラメータについて、8次ルジャンドル多項式を使用し、その根から8個の入力値と入力値に対する重みを計算する。発生 規模8個と底面摩擦角8個の入力値を生成し

たため、計算回数は全体で64通りとなる.

- その他のパラメータに関しては、内部摩擦角は32°、また計算時間と出力間隔はそれぞれ 30秒と1秒に定め、1m分解能のDEM上で シミュレーションを実施した。
- TITAN2Dを用いた計算では、64 通りのケースそれぞれに対して、地形上の10m間隔の 各メッシュ(格子点)における流れの最大高さの分布が得られる。例として case 1 (μ_b= 10°, V=1000 m³)と case 64 (μ_b=30°, V= 20000 m³)における雪崩の最大高さ(流動高もしくは堆積高)の分布を図7に示す。ここで、最大高さ h を底面摩擦係数 μ_dと発生体積 V の関数 h (μ_b, V)とする。
- 次に最大高さ分布関数 h (μ_b, V) が, μ_b と V をそれぞれ x, y に置き換えると以下に示す 式(3)のように近似できると仮定する. その 上で計算された 64 個の最大高さ h_k から未定 係数 c を算出する.

$$h(x, y) \approx c_0 p_0(x) p_0(y) + c_1 p_1(x) p_0(y) + c_2 p_2(x) p_0(y) ... + c_{63} p_7(x) p_7(y)$$
(3)

なお, *c*iは,

$$c_{i} \approx \frac{1}{\lambda_{i}} \sum_{k=1}^{64} w_{k} h_{k} p_{b}(x_{l}) p_{v}(y_{m})$$

$$\tag{4}$$

で表現される.

ここで、 w_k は作成した 64 個のポイントの それぞれの重み、 h_k はそれぞれのポイント (入力値)での出力、 $p_b(x_l)$ (b=0...7, l=1...8) は底面摩擦角の8 個のポイントでの b 次のル ジャンドル多項式の値、 $p_v(y_m)$ (v=0...7, m=1...8)は発生体積の8 個のポイントでの v次のルジャンドル多項式の値、また λ_i はル ジャンドル多項式の固有値をそれぞれ示す。

 底面摩擦角 μ_b と初期体積 V の設定範囲内 (前者は 10°~30°, 後者は 1000 m³~20000 m³) で,確率分布を求めるに十分な数のポイント (今回はそれぞれ等間隔で 100 点ずつ,計 10000 点)を等間隔に生成し,これらを h (μ_b, V) に代入して対象領域での h の値を求 める.



図7 流れの最大高さの分布 (左:case 1 (μ_{bed} =10°, V=1000 m³), 右:case 64 (μ_b =30°, V=20000 m³).

 7. 閾値 h_{crit} を定め、その高さ以上の雪崩が対象 域の格子点全域に到達(通過)する確率を、 先の10000 ポイントの計算結果をもとに算出 し、雪崩ハザードマップを作成する.

上記の手順に従って作成した,肘折地区の対象 斜面について,雪崩の高さ(もしくはデブリの厚 さ)の閾値 *h*_{crit} を 0.1 m とした際の確率分布,つ まり 0.1 m の深さの雪崩が到達する確率を示した 雪崩のハザードマップを図8に示す.

雪崩の流動モデルを用いて危険区域を決定する にあたっては、例えば図5に示すようにモデルの 入力値に妥当と思われる値を代入して一義的に結 果を導く方法が一般的である.これに対して本稿 で紹介した手法とその結果(図8)は雪崩の発生 規模や底面摩擦角というモデルに入力するパラ メータに幅を持たせ、その不確定性を考慮した確 率論に基づいた雪崩ハザードマップである.この ため地形や植生の地域性に依存することなく他の 地域にも応用が可能、つまり汎用性が高いことか ら雪崩災害の防止の観点から社会的にも価値が高 いと考えられる.

5. まとめ

多項式カオス求積法 (PCQ) を用いて雪崩発生 規模,底面摩擦角の2種類の入力パラメータにつ いて,それぞれの不確定性を考慮して雪崩ハザー ドマップを作成した.今後,これまでに蓄積され



図 8 肘折地区の対象斜面について 0.1mの深さの 雪崩が到達する確率を示した雪崩のハザード マップ.

た雪崩データを綿密に解析し,摩擦係数や発生体 積などの入力パラメータの確率分布を決定するこ とで,より精度の高いハザードマップの作成が期 待される.

一方で、本手法による雪崩ハザードマップの作 成には課題も残っている。例えば、本研究では底 面摩擦角と発生体積という2変数のみを不確定性 を持つパラメータとして取り上げて計算を行った が、手法としては2つ以上の変数に不確定性を持 たせることも可能である。しかし、その際は結果 の精度がやや低下することが指摘されている (Dalbey *et al.*, 2008).

この他にも、PCQ 法の使用にあたり、2 変数は ともに同じ直交多項式系を用いなければならない という制約がある.本報告では、底面摩擦角と発 生体積の不確定性について両変数の発生確率が一 様であるという仮定のもと、ルジャンドル多項式 の根を使用して計算を行ったが、実際の雪崩では、 発生体積が小さいものの数が圧倒的に多く、大規 模なものの発生確率は低いと考えられる.つまり 入力パラメータの分布形は一様ではなく、例えば 対数分布に従うと仮定した方が現実的であろう. 過去の雪崩データを綿密に解析し、摩擦係数や発 生体積などの入力パラメータの確率分布を決定す るとともに、システム全体を変数間で異なる直交 多項式系が使用可能な体系に改良することも今後 の課題として挙げられる.

謝 辞

本稿は、著者の一人である森啓輔の修士論文 (森, 2014)の一部をまとめた結果である。研究の 遂行にあたっては、名古屋大学環境学研究科およ び防災科学技術研究所雪氷防災研究センターの多 くの方々にお世話になりました。深く感謝と御礼 を申し上げます。また本稿の校閲にあたっては、 2名の査読者と編集担当委員から有益かつ丁寧な コメントと助言をいただいた。この場をお借りし て深くお礼申し上げます。

文 献

- 阿部 修,上石 勲,小杉健二,根本征樹,望月重人, 佐藤研吾,伊東靖彦,坂瀬 修,中村 明(2012):山 形県大蔵村で観測された自然発生の全層雪崩:その 2.東北の雪と生活(日本雪氷学会東北支部誌),27, 87-88.
- Dalbey, K., Patra, A.K., Pitman, E.B., Bursik, M.I. and

Sheridan, M.F. (2008): Input uncertainty propagation methods and hazard mapping of geophysical mass flows. *J. Geophys. Res.*, **113**, 5203–5219.

- 和泉 薫(1985):大規模雪崩の流動性.新潟大学積雪 地域災害研究センター研究年報別冊,7,187-194.
- Issler, D., Gauer, P., GISNA, K.G. and Domaas, U. (2018): Approaches to including forest effects in avalanche hazard indication maps in Norway, in preparation.
- Lied, K. and Bakkehoi, S. (1980): Empirical calculations of snow-avalanche run-out distance based on topographic parameters. J. Glaciol., 26 (94), 165–177.
- Maeno, F., Hogg, A.J., Sparks, R.S.J. and Matson, G.P. (2013): Unconfined slumping of a granular mass on a slope. *Physics of Fluids*, 25, 023302.
- 森 啓輔 (2014):雪崩運動のシミュレーションとハザー ドマップの作成,名古屋大学大学院環境学研究科修 士論文,97 pp.
- 森 啓輔,伊藤陽一,西村浩一, Abani Patra (2018):
 連続体モデル Titan2D を用いた雪崩の運動のシミュレーション I 一室内実験との比較検討一.雪氷, 80, 277-287.
- Patra, A.K., Bauer, A.C., Nichita, C.C., Pitman, E.B., Sheridan, M.F., Bursik, M., Rupp, B., Webber, A., Stinton, A.J., Namikawa, L.M. and Renschler, C.S. (2005): Parallel adaptive numerical simulation of dry avalanches over natural terrain. *J. Volcanol. Geotherm. Res.*, 139, 1–21.
- Pitman, E.B., Nichita, A.A., Patra, A.K., Bauer, A.C., Sheridan, M.F. and Bursik, M. (2003): Computing granular avalanches and landslides. *Physics of Fluids*, 15 (12), 503–514.
- Schearer, P. (1975): Friction coefficients and speed of flowing avalanches. *IAHS-AISH Publ.*, 14, 425–432.
- Sheridan, M. F., Stinton, A. J., Patra, A., Pitman, E. B., Bauer, A. and Nichita, C. C. (2005): Evaluating TITAN 2D mass-flow model using the 1963 Little Tahoma Peak avalanches, Mount Rainier, Washington. J. Volcanol. Geotherm. Res., 139, 89–102.
- 滋賀県砂防課 (2012):雪崩 (なだれ) 災害とは, http:// www.pref.shiga.lg.jp/h/sabo/nadare/index.html (2014.01.13 閲覧).
- Xiu, D. and Karniadakis, G. (2002): The Wiener-Askey polynomial chaos for stochastic differential equations. *SIAM J. Sci. Comput.*, 24, 619–644.

Snow avalanche simulation with TITAN2D. Part 2: development of a hazard map using PCQ

Keisuke MORI¹, Kouichi NISHIMURA^{2*}, Kae TSUNEMATSU³, Osamu ABE⁴ and Abani PATRA⁵

 ¹ ITOCHU Techno-Solutions Corporation, 3–2–5, Kasumigaseki, Chiyoda-ku, Tokyo 100–6080
 ² Graduate School of Environmental Science, Nagoya University, Furo-cho, Chkusa-ku, Nagoya, Aichi 464–8601
 ³ Faculty of Science, Yamagata University, 1–4–12, Kojirakawa-machi, Yamagata, 990–8560
 ⁴ Shinjo Cryospheric Environment Laboratory, NIED, Tokamachi, Shimjo, Yamagata, 996–0091

⁵ University at Buffalo, The State University of New York, 605 Furnas Hall, Buffalo, NY 14260-4400

* Corresponding author: knishi@nagoya-u.jp

Abstract: The TITAN2D mass flow model was applied to a snow avalanche event that occurred in Hiziori, Yamagata, Japan, in January 2012. We assigned bed friction angles according to whether the avalanche was travelling over snow or bare ground, and estimated an internal friction angle from observations of debris deposit. The model simulation successfully reproduced both the front speed and flow distance with a high degree of accuracy. Subsequently, we attempted to draw a snow avalanche hazard map for the study area, taking into account uncertainties associated with the model input parameters; i.e., volume, bed-friction angle, and release position. Finally, we used the Polynomial Chaos Quadrature method (PCQ) to evaluate the probability of avalanche arrival.

(2017 年 8 月 17 日受付, 2018 年 3 月 31 日改稿受付, 2018 年 5 月 28 日受理, 討論期限 2019 年 1 月 15 日)